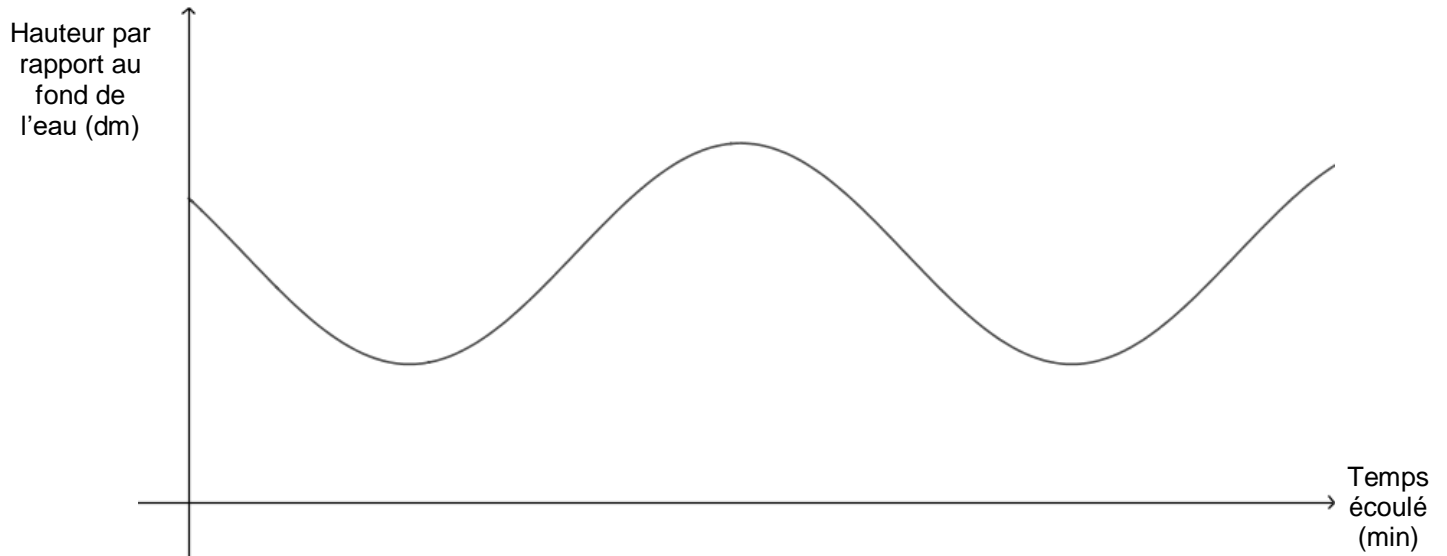


### SITUATION D'APPLICATION : UNE BOUÉE LUMINEUSE

La garde côtière a installé une bouée pour indiquer le niveau de l'eau aux navires qui circulent.

La relation entre la hauteur de la bouée par rapport au fond de l'eau, en décimètres, et le temps écoulé, en minutes, est représentée dans le plan cartésien ci-dessous.



- Au début de l'étude, la bouée est à une hauteur de 110 dm.
- Lorsque la bouée est à sa hauteur minimale, elle met 2 heures pour atteindre sa hauteur maximale.
- Après 140 minutes, la bouée se situe sur son axe d'oscillation à 90 dm de hauteur.

Les navires doivent être informés lorsque le niveau de l'eau est inférieur à 70 dm. À ce moment, une lumière s'allume sur la bouée.

**Durant les 24 heures suivant l'installation de la bouée, pendant combien de temps la lumière est-elle allumée ?**

➤ **RÈGLE DE LA FONCTION  $f$**

$x$ : temps écoulé depuis le début de l'étude, en min  
 $f(x)$ : Hauteur de la bouée par rapport au fond de l'eau, en dm

La règle de la fonction  $f$  est de la forme  $f(x) = a \sin(b(x - h)) + k$ .

Puisque lorsque la bouée est à sa hauteur minimale, elle met 2 heures pour atteindre sa hauteur maximale, alors une demi-période de la fonction  $f$  correspond à 2 heures. Ainsi, la période de la fonction  $f$  est de 4 heures, soit 240 minutes.

$$240 = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow |b| = \frac{2\pi}{240} = \frac{\pi}{120}$$

Posons que  $b = \frac{\pi}{120}$ .

Puisque après 140 minutes, la bouée se situe sur son axe d'oscillation à 90 dm de hauteur, alors  $h = 140$  et  $k = 90$ .

Puisqu'au début de l'étude, la bouée est à une hauteur de 110 dm, alors  $f(0) = 110$ .

$$110 = a \sin\left(\frac{\pi}{120}(0 - 140)\right) + 90$$

$$110 = 0,5a + 90$$

$$40 = a$$

La règle de la fonction  $f$  est  $f(x) = 40 \sin\left(\frac{\pi}{120}(x - 140)\right) + 90$ .

➤ **MOMENT LORSQUE LA BOUÉE EST À UNE HAUTEUR DE 70 dm AU COURS DE LA PREMIÈRE PÉRIODE DE 240 MINUTES**

On cherche les valeurs de  $x$  pour lesquelles  $f(x) = 70$ .

$$70 = 40 \sin\left(\frac{\pi}{120}(x - 140)\right) + 90$$

$$-0,5 = \sin\left(\frac{\pi}{120}(x - 140)\right)$$

$$\sin^{-1}(-0,5) = \frac{\pi}{120}(x - 140)$$

$$120 = x$$

$$\pi - \sin^{-1}(-0,5) = \frac{\pi}{120}(x - 140)$$

$$280 = x \rightarrow 280 - 240 = 40$$

Au cours de la période de 240 minutes, la bouée est à une hauteur de 70 dm après 40 minutes et après 120 minutes.

➤ **PÉRIODE DURANT LAQUELLE LA BOUÉE EST ALLUMÉE DURANT LES 24 HEURES SUIVANT L'INSTALLATION**

Première période : 120 minutes – 40 minutes = 80 minutes

$$1440 \text{ minutes} \div 240 \text{ minutes} = 6$$

$$6 \times 80 \text{ minutes} = 480 \text{ minutes}$$

➤ **CONCLUSION**

Durant les 24 heures suivant l'installation, la bouée est allumée pendant 480 minutes.