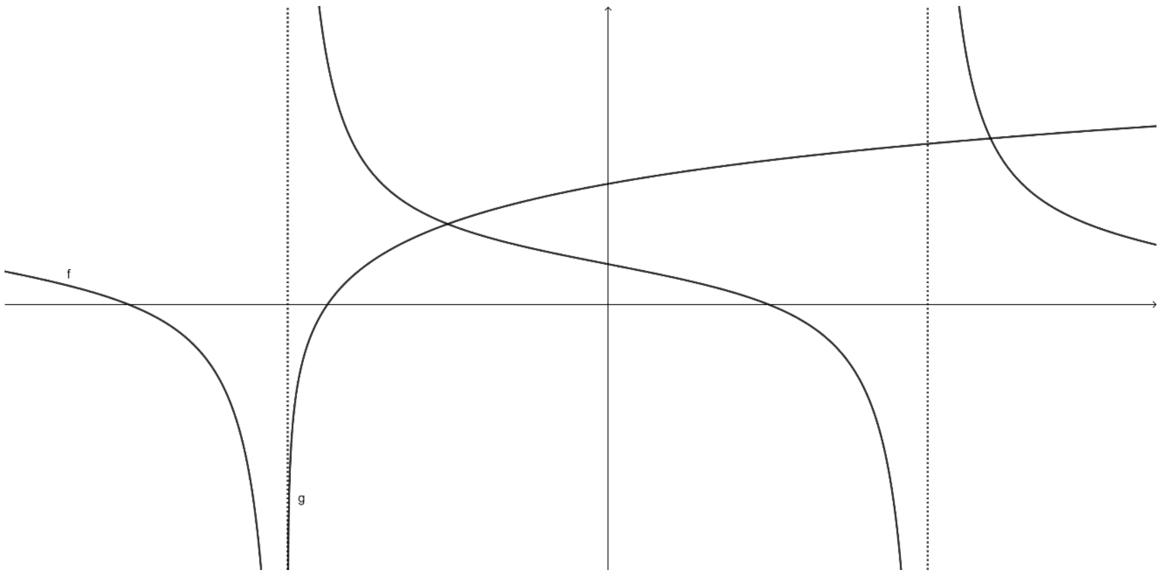
SITUATION D'APPLICATION : UNE FONCTION TANGENTE ET UNE FONCTION LOGARITHMIQUE

Considérons la fonction tangente f et la fonction logarithmique g représentées ci-dessous dans le plan cartésien.



- La règle de la fonction f est de la forme $f(x) = a\tan\left(\frac{\pi}{16}x\right) + k$.
- La valeur initiale de la fonction f est 1.
- Un des zéros de la fonction f est 4.
- La règle de la fonction g est de la forme $g(x) = \log_c(x - h)$.
- La fonction g et la fonction f ont une asymptote commune.
- $g(-4) = f(-4)$

Quel est le zéro de la fonction g ?

- **RÈGLE DE LA FONCTION $\boldsymbol{f}$**

La règle de la fonction f est de la forme $f(x) = a \tan\left(\frac{\pi}{16}x\right) + k$.

Puisque la valeur initiale de la fonction f est, alors l'on a que :

$$1 = a \tan\left(\frac{\pi}{16}(0)\right) + k$$
$$1 = k$$

Puisque le zéro de la fonction f est 4, alors $f(4) = 0$ et l'on a que :

$$0 = a \tan\left(\frac{\pi}{16}(4)\right) + 1$$
$$-1 = a$$

La règle de la fonction f est $f(x) = -\tan\left(\frac{\pi}{16}x\right) + 1$.

- **VALEUR DE $\boldsymbol{f(-4)}$**

$$f(-4) = -\tan\left(\frac{\pi}{16}(-4)\right) + 1 = -(-1) + 1 = 2$$

Donc, $f(-4) = 2$.

- **RÈGLE DE LA FONCTION $\boldsymbol{g}$**

La règle de la fonction g est de la forme $g(x) = \log_c(x - h)$.

$$\text{Période de la fonction } f = \frac{\pi}{\left(\frac{\pi}{16}\right)} = 16$$

Puisque que la fonction g et la fonction f ont une asymptote commune, l'on a que :

$$\text{Équation de l'asymtotede la fonction } g = x = h = 0 - \frac{16}{2} = -8$$

Puisque $g(-4) = f(-4) = 2$, l'on que :

$$2 = \log_c(-4 + 8)$$
$$c^2 = 4$$
$$c = \pm 2$$

Puisque c doit être supérieur à 0, alors $c = 2$.

La règle de la fonction g est $g(x) = \log_2(x + 8)$.

- **ZÉRO DE LA FONCTION $\boldsymbol{g}$**

On cherche la valeur de x pour laquelle $g(x) = 0$.

$$0 = \log_2(x + 8)$$
$$2^0 = x + 8$$
$$1 = x + 8$$
$$-7 = x$$

- **CONCLUSION**

Le zéro de la fonction g est -7.

Document élaboré par Jean-Michel Panet