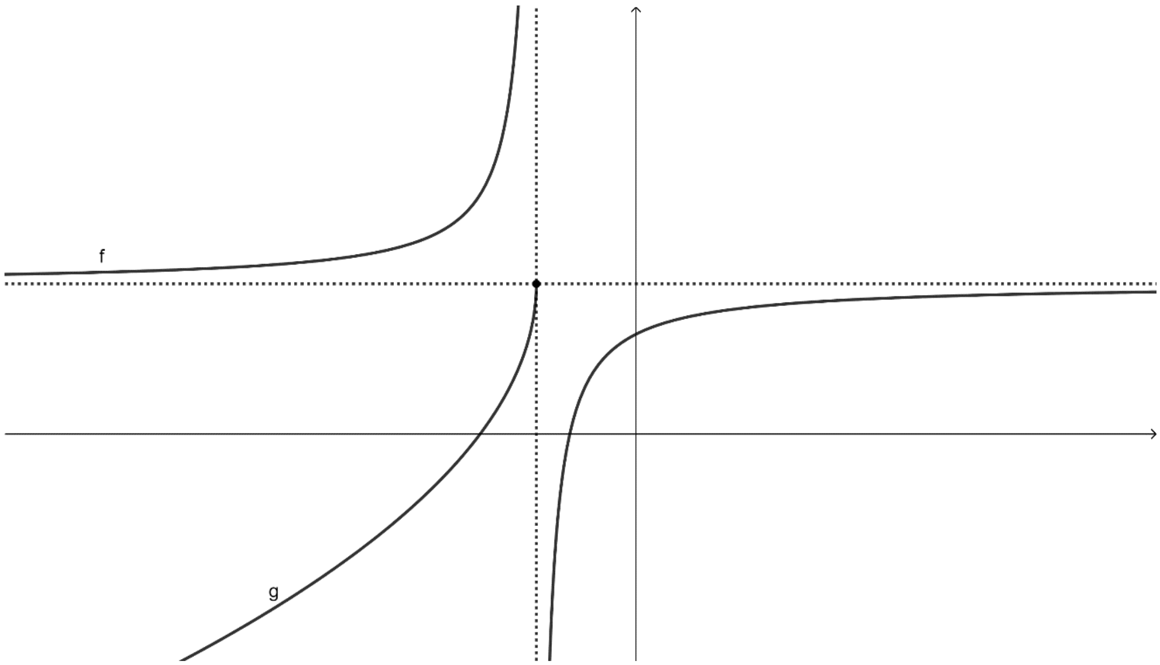
SITUATION D'APPLICATION : UNE FONCTION RATIONNELLE ET UNE FONCTION RACINE CARRÉE

Considérons la fonction rationnelle f et la fonction racine carrée représentées ci-dessous dans le plan cartésien.



- L'équation de l'asymptote horizontale de la fonction *f* est $y = 6$.
- La valeur initiale de la fonction *f* est 4.
- $f(-8) = 8$
- La règle de la fonction *g* est de la forme $g(x) = -4\sqrt{\pm(x-h)} + k$.
- Le sommet de la fonction *g* est aussi le point d'intersection des asymptotes de la fonction *f*.

Sur quel intervalle la fonction *g* est-elle négative ?

- **RÈGLE DE LA FONCTION *f***

La règle de la fonction *f* est de la forme $f(x) = \frac{a}{x-h} + k$. Puisque l'équation de l'asymptote horizontale de la fonction *f* est $y = 6$, alors $k = 6$.

Puisque la valeur initiale de la fonction *f* est 4, alors $f(0) = 4$ et l'on a que :

$$4 = \frac{a}{0-h} + 6 \rightarrow -2 = -\frac{a}{h} \rightarrow 2h = a$$

Puisque $f(-8) = 8$, alors l'on a que :

$$8 = \frac{a}{-8-h} + 6 \rightarrow 2(-8-h) = a$$

En utilisant la méthode de comparaison, l'on obtient :

$$2h = 2(-8-h)$$

$$h = -4 \rightarrow a = 2(-4) = -8$$

La règle de la fonction *f* est $f(x) = \frac{-8}{x+4} + 6$.

- **RÈGLE DE LA FONCTION *g***

La règle de la fonction *g* est de la forme $g(x) = -4\sqrt{\pm(x-h)} + k$.

Puisque le sommet de la fonction *g* est aussi le point d'intersection des asymptotes de la fonction *f*, alors $h = -4$ et $k = 6$.

Puisque $dom\ g =]-\infty, -4]$, alors $b = -1$.

La règle de la fonction *g* est $g(x) = -4\sqrt{-(x+4)} + 6$.

- **ZÉRO DE LA FONCTION *g***

On cherche la valeur de x pour laquelle $g(x) = 0$.

$$0 = -4\sqrt{-(x+4)} + 6$$
$$1{,}5 = \sqrt{-(x+4)}$$
$$2{,}25 = -(x+4)$$
$$-6{,}25 = x$$

Le zéro de la fonction *g* est $-6{,}25$.

- **CONCLUSION**

La fonction *g* est négative sur l'intervalle $x \in]-\infty, -6{,}25]$.