SITUATION D'APPLICATION : UNE ASYMPTOTE COMMUNE

Voici de l'information sur les fonctions *f* et *g*.

- La règle de la fonction *f* est $f(x) = \frac{8}{2x+8} + 19$.
- La règle de la fonction *g* est de la forme $g(x) = a\log_2(x-h) + k$.
- La fonction *g* et la fonction *f* ont une asymptote commune.
- $g(0) = -4$
- $g^{-1}(-6) = -2$

Quelle est la règle de la réciproque de la fonction *g* ?

- **ÉQUATION DE L'ASYMPTOTE VERTICALE DE LA FONCTION *f***

$$f(x) = \frac{8}{2x+8} + 19$$
$$f(x) = \frac{8}{2(x+4)} + 19$$
$$f(x) = \frac{4}{x+4} + 19$$

Puisque $h = -4$, l'équation de l'asymptote verticale de la fonction *f* est $x = -4$.

- **RÈGLE DE LA FONCTION *g***

La règle de la fonction *g* est de la forme $g(x) = a\log_2(x-h) + k$.

Puisque la fonction *g* et la fonction *f* ont une asymptote commune, alors $h = 4$.

Puisque $g^{-1}(-6) = -2$, alors $g(-2) = -6$.

Puisque $g(0) = -4$, alors l'on a que :	Puisque $g(-2) = -6$, alors l'on a que :
$-4 = a\log_2(0+4) + k$	$-6 = a\log_2(-2+4) + k$
$-4 = a\,log_2 4 + k$	$-6 = a\,log_2 2 + k$
$-4 = 2a + k$	$-6 = a + k$
$-2a - 4 = k$	$-a - 6 = k$

En utilisant la méthode de comparaison, l'on obtient :

$$-2a - 4 = -a - 6$$
$$2 = a \rightarrow k = -2(2) - 4 = -8$$

La règle de la fonction g est $g(x) = 2\log_2(x+4) - 8$.

- **RÈGLE DE LA RÉCIPROQUE DE LA FONCTION *g***

$$x = 2\,log_2(y+4) - 8$$
$$\frac{1}{2}(x+8) = \log_2(y+4)$$
$$2^{\frac{1}{2}(x+8)} - 4 = y$$

Alors, $g^{-1}(x) = 2^{\frac{1}{2}(x+8)} - 4$.

- **CONCLUSION**

La règle de la réciproque de la fonction *g* est $g^{-1}(x) = 2^{\frac{1}{2}(x+8)} - 4$.