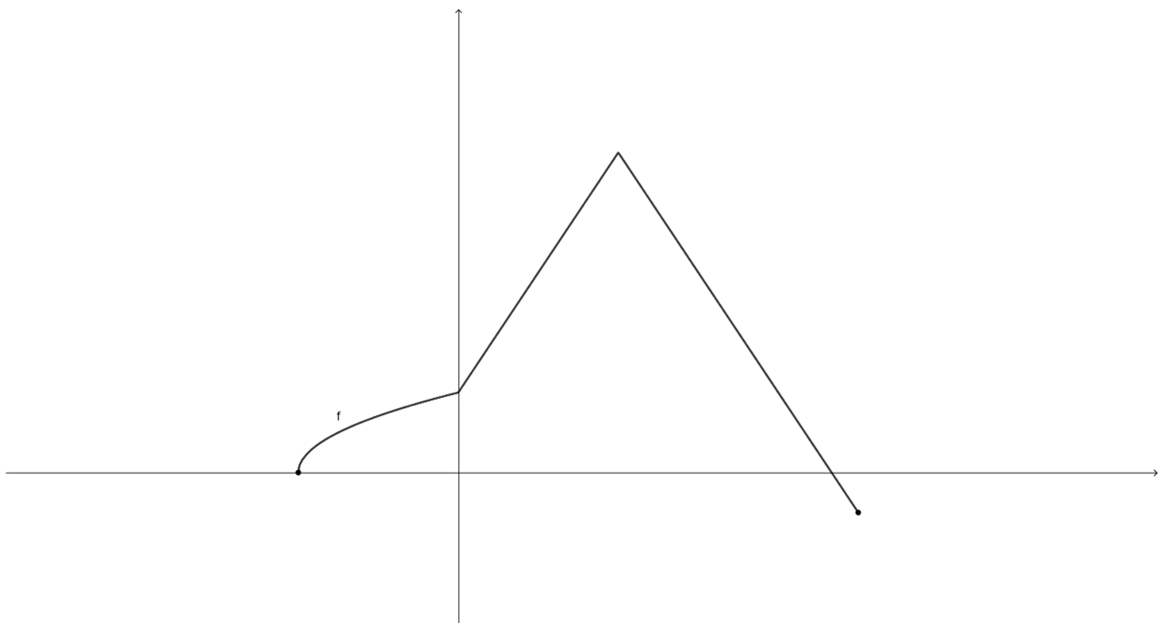
SITUATION D'APPLICATION : UN ZÉRO MANQUANT

Considérons la fonction définie par parties *f* représentée ci-dessous dans le plan cartésien.



- La règle de la fonction *f* est de la forme $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+4} & \text{si } x \in [-4{,}0] \\ a|x-4|+k & \text{si } x \in [0, 10] \end{cases}$
- $ima\ f = [-1, 8]$

Sur quel intervalle la fonction *f* est-elle positive ?

- **VALEUR INITIALE DE LA FONCTION *f***

  Posons que $f_1(x) = \sqrt{x+4}$ où $x \in [-4, 0]$ et que $f_2(x) = a|x-4| + k$ où $x \in [0, 10]$.

  D'après la règle de la fonction *f*, l'on a que $f_1(0) = f_2(0)$.

  $f_1(0) = \sqrt{0+4} = \sqrt{4} = 2$

  La valeur initiale de la fonction *f* est 2.

- **VALEUR DU PARAMÈTRE *k* DE LA RÈGLE DE LA FONCTION *f***

  Puisque $ima\ f = [-1, 8]$, alors $k = 8$.

- **VALEUR DU PARAMÈTRE *a* DE LA RÈGLE DE LA FONCTION *f***

  Puisque $f_1(0) = f_2(0) = 2$, alors l'on a que :

  $2 = a|0-4| + 8$
  $-6 = a|-4|$
  $-6 = 4a$
  $-1{,}5 = a$

  Alors, $a = -1{,}5$.

- **ZÉROS DE LA FONCTION *f***

  On cherche les valeur de x pour lesquelles $f(x) = 0$.

  D'après la règle de la fonction *f*, l'un des zéros de la fonction *f* est -4.

  L'autre zéro de la fonction *f* se trouve en faisant la résolution de l'équation suivante.

  $0 = -1{,}5|x-4| + 8$
  $\frac{16}{3} = |x-4|$

  $x - 4 = -\frac{16}{3}$

  $x = -\frac{4}{3}$

  (À rejeter, car le second zéro de la fonction *f* est positif.)

  OU

  $x - 4 = \frac{16}{3}$

  $x = \frac{28}{3}$

- **CONCLUSION**

  La fonction *f* est positive sur l'intervalle $\left[-4, \frac{28}{3}\right]$.