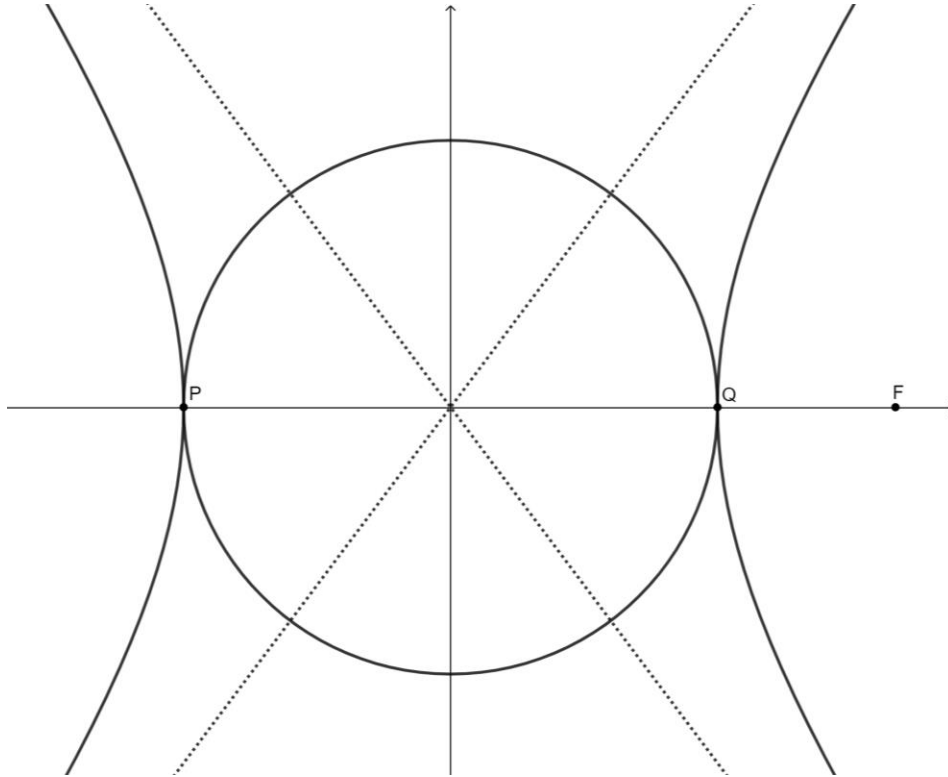


SITUATION D'APPLICATION : LE CERCLE ET L'HYPERBOLE

Considérons l'hyperbole et le cercle centrés à l'origine représentés ci-dessous dans le plan cartésien.



- Le point $F(7,5, 0)$ est l'un des foyers de l'hyperbole.
- L'équation d'une des asymptotes de l'hyperbole est $y = \frac{4}{3}x$.
- Les sommets P et Q de l'hyperbole sont deux des points du cercle.

Quelle est l'équation du cercle ?

➤ **COORDONNÉES DES SOMMETS DE L'HYPERBOLE**

Puisque l'équation d'une des asymptotes de l'hyperbole est $y = \frac{4}{3}x$, alors l'on a que :

$$\frac{b}{a} = \frac{4}{3}$$
$$b = \frac{4a}{3}$$

Puisque le point $F(7,5, 0)$ est l'un des foyers de l'hyperbole, alors l'on a que $c = 7,5$.

Pour l'hyperbole, l'on a que :

$$a^2 + b^2 = c^2$$
$$a^2 + \left(\frac{4a}{3}\right)^2 = (7,5)^2$$
$$\frac{25}{9}a^2 = \frac{225}{4}$$
$$a^2 = 20,25$$
$$a = \pm 4,5$$

Puisque a doit être positif, alors $a = 4,5$.

Les coordonnées des sommets de l'hyperbole sont $P(-4,5, 0)$ et $Q(4,5, 0)$.

➤ **ÉQUATION DU CERCLE**

L'équation du cercle est de la forme $x^2 + y^2 = r^2$.

Puisque le point $Q(4,5, 0)$ est l'un des points du cercle, alors $r = 4,5$.

$$x^2 + y^2 = 4,5^2$$
$$x^2 + y^2 = 20,25$$

➤ **CONCLUSION**

L'équation du cercle est $x^2 + y^2 = 20,25$.