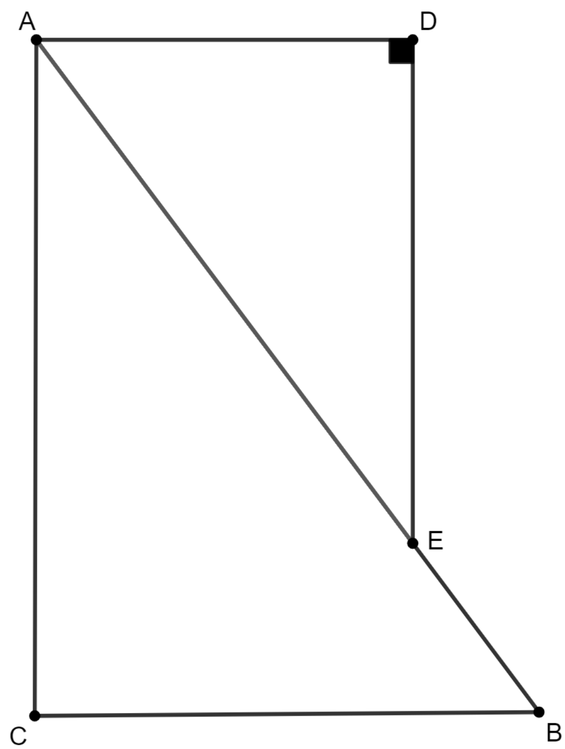
SITUATION D'APPLICATION : LA PARTIE COMMUNE

Considérons les triangles ABC et ADE représentés ci-dessous.



- Le point E est l'un des points du segment AB.
- $\overline{\mathrm{AD}} // \overline{\mathrm{BC}}$
- $\overline{\mathrm{AC}} // \overline{\mathrm{DE}}$
- $\mathrm{m}\ \overline{\mathrm{AE}} = 30$ cm
- $\mathrm{m}\ \overline{\mathrm{BE}} = 10$ cm
- $\mathrm{m}\ \overline{\mathrm{AC}} = (10x - 3)$ cm
- $\mathrm{m}\ \overline{\mathrm{BC}} = (2x + 17)$ cm

Quelle est la mesure du segment AD ?

- **SIMILITUDE DES TRIANGLES ADE ET ABC**

$\angle DAE \cong \angle ABC$	Des angles alternes-internes formés par deux parallèles (les segments AD et BC) et une sécante (le segment AB) sont isométriques.
$\angle AED \cong \angle BAC$	Des angles alternes-internes formés par deux parallèles (les segments DE et AC) et une sécante (le segment AB) sont isométriques.
$\Delta\ ADE \sim \Delta\ ABC$	Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables.

- **MESURE DE L'ANGLE ACB**

Puisque les triangles ADE et ABC sont semblables, leurs angles homologues sont isométriques.

Donc, $m\ \angle ACB = m\ \angle ADE = 90°$.

- **VALEUR DE x**

Puisque le triangle ABC est rectangle en C, l'on a que :

$$(m\ \overline{AC})^2 + (m\ \overline{BC})^2 = (m\ \overline{AB})^2$$
$$(10x - 3)^2 + (2x + 17)^2 = (30 + 10)^2$$
$$104x^2 + 8x - 1302 = 0$$

En utilisant la formule quadratique, l'on obtient :

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4(104)(-1302)}}{2(104)} = \frac{-8 \pm 736}{208}$$

$$x = \frac{-8 - 736}{208} = -3{,}5769\ldots$$

À rejeter, car la mesure du segment AC serait négative.

OU

$$x = \frac{-8 + 736}{208}$$
$$x = 3{,}5$$

Donc, $x = 3{,}5$.

- **MESURE DU SEGMENT BC**

$$m\ \overline{BC} = (2x + 17)\text{ cm} = (2(3{,}5) + 17)\text{ cm} = 24\text{ cm}$$

La mesure du segment BC est de 24 cm.

- **MESURE DU SEGMENT AD**

Les côtés homologues de triangles semblables sont proportionnels.

$$\frac{m\ \overline{AD}}{m\ \overline{BC}} = \frac{m\ \overline{AE}}{m\ \overline{AB}} \rightarrow \frac{m\ \overline{AD}}{24\text{ cm}} = \frac{30\text{ cm}}{40\text{ cm}} \rightarrow m\ \overline{AD} = 18\text{ cm}$$

- **CONCLUSION**

La mesure du segment AD est de 18 cm.