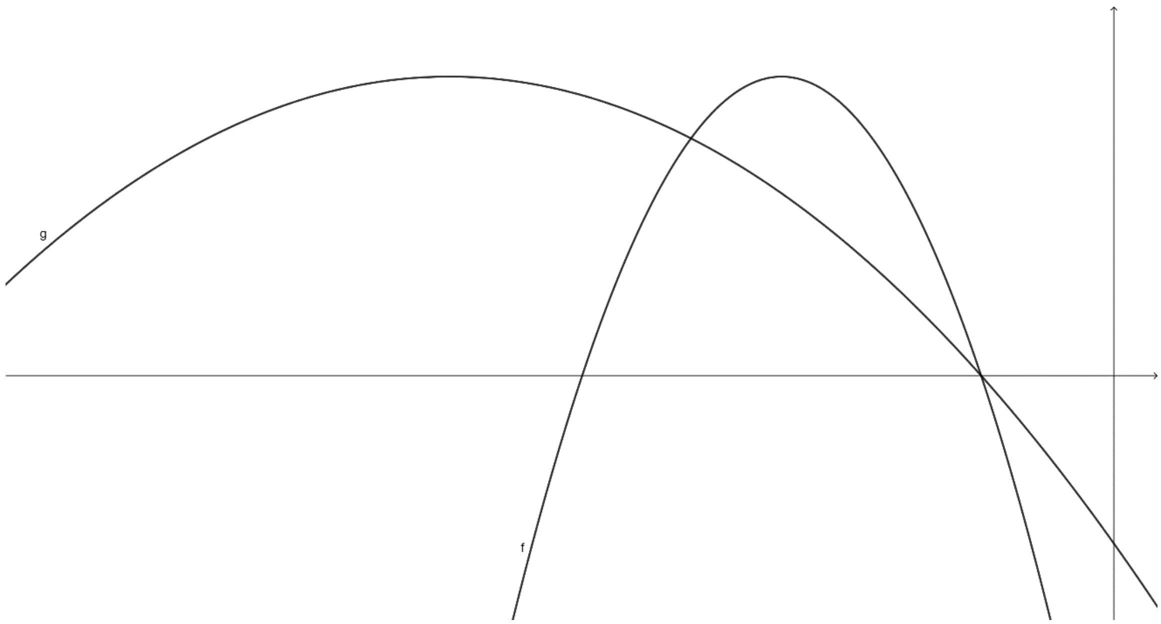
SITUATION D'APPLICATION : LA MÊME IMAGE

Considérons les fonctions polynomiales du second degré f et g représentées ci-dessous dans le plan cartésien.



- La règle de la fonction f est $f(x) = -\frac{1}{4}(x + 16)(x + 4)$.
- Un des zéros de la fonction f est aussi l'un des zéros de la fonction g.
- La règle de la fonction g est de la forme $g(x) = -\frac{9}{256}(x - h)^2 + k$.
- $ima\ g = ima\ f$

Quelle est la valeur initiale de la fonction g ?

- **IMAGE DE LA FONCTION f**

Les zéros de la fonction f sont -16 et -4.

Abscisse du sommet de la parabole représentant la fonction f : $\frac{-16\pm4}{2} = -10$

Maximum de la fonction f : $f(-10) = -\frac{1}{4}(-10+16)(-10+4) = 9$

Puisque le maximum de la fonction f est 9, alors $ima\,f =]-\infty, 9]$.

- **RÈGLE DE LA FONCTION g**

La règle de la fonction g est de la forme $g(x) = -\frac{9}{256}(x-h)^2 + k$.

Puisque $ima\,g = ima\,f =]-\infty, 9]$, alors $k = 9$.

Puisque l'un des zéros de la fonction g est l'un des zéros de la fonction f, alors l'on a que $f(-4) = g(-4) = 0$.

$$0 = -\frac{9}{256}(-4-h)^2 + 9$$
$$256 = (-4-h)^2$$
$$\pm16 = -4-h$$

$-16 = -4 - h$ $12 = h$ (À rejeter, car d'après la représentation graphique, h doit être négatif.)	**OU**	$16 = -4 - h$ $-20 = h$

La règle de la fonction g est $g(x) = -\frac{9}{256}(x+20)^2 + 9$.

- **VALEUR INITIALE DE LA FONCTION g**

$$g(0) = -\frac{9}{256}(0+20)^2 + 9 = -5{,}0625$$

- **CONCLUSION**

La valeur initiale de la fonction g est $-5{,}0625$.