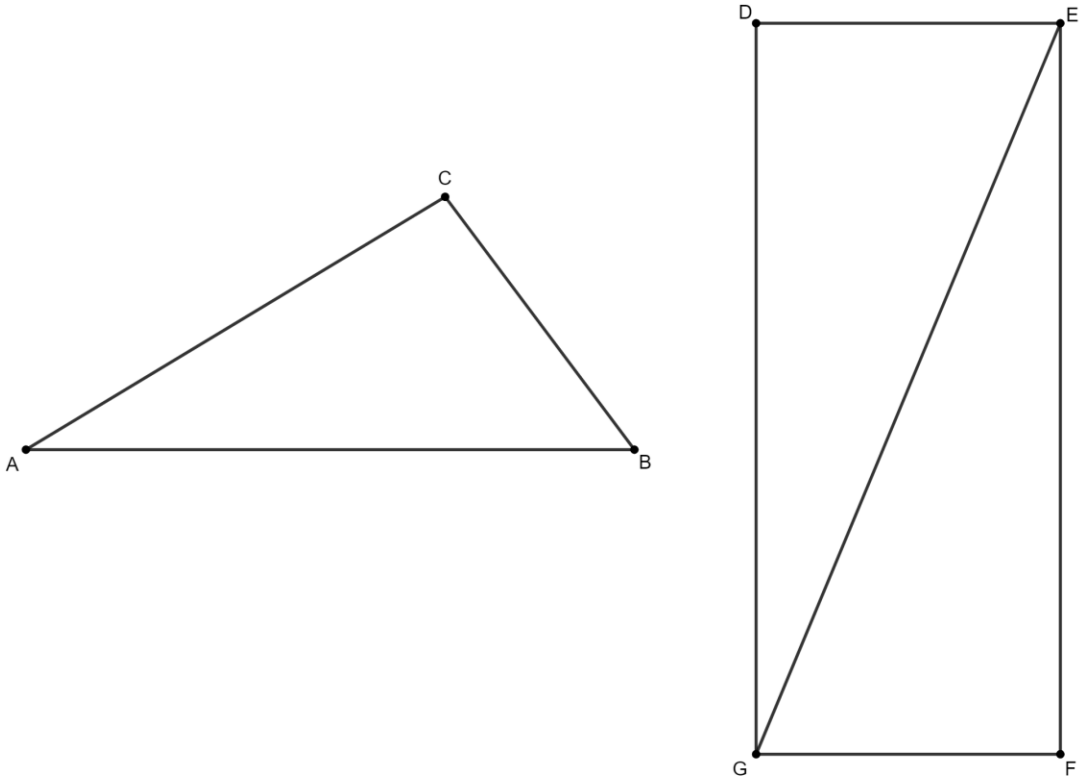
SITUATION D'APPLICATION : LA DIAGONALE

Considérons le triangle ACB et le rectangle DEFG représentés ci-dessous.

Le segment EG est l'une des diagonales du rectangle DEFG.



- $\text{m}\angle \text{BAC} = 30°$
- La mesure du segment AB est supérieure à celle du segment AC.
- L'aire du triangle ACB est de 20 cm^2.
- $\text{m}\,\overline{\text{FG}} = \text{m}\,\overline{\text{AC}} - 3\text{ cm}$
- $\text{m}\,\overline{\text{EF}} = \text{m}\,\overline{\text{AB}} + 2\text{ cm}$
- Le périmètre du rectangle DEFG est de 34 cm.

Au dixième de degré près, quelle est la mesure de l'angle EGF ?

Document élaboré par Jean-Michel Panet

- **MESURE DES SEGMENTS AB ET AC**

Soit x, la mesure du segment AC, en cm, et y, la mesure du segment AB, en cm.

Puisque l'aire du triangle ACB est de 20 cm^2, alors l'on a que :

$$\frac{xy \times \sin 30°}{2} = 20 \rightarrow xy = 80$$

$$\text{m}\,\overline{\text{FG}} = \text{m}\,\overline{\text{AC}} - 3\text{ cm} = x - 3$$

$$\text{m}\,\overline{\text{EF}} = \text{m}\,\overline{\text{AB}} + 2\text{ cm} = y + 2$$

Puisque le périmètre du rectangle DEFG est de 34 cm, alors l'on a que :

$$2(x-3) + 2(y+2) = 34 \rightarrow x + y - 1 = 17 \rightarrow y = -x + 18$$

En utilisant la méthode de substitution, l'on obtient :

$$x(-x + 18) = 80$$

$$0 = x^2 - 18x + 80$$

$$0 = (x-8)(x-10)$$

$$x - 8 = 0$$

$$x = 8 \rightarrow y = -8 + 18 = 10$$

OU

$$x - 10 = 0$$

$$x = 10 \rightarrow y = -10 + 18 = 8$$

À rejeter, car la mesure du segment AB serait inférieure à celle du segment AC.

La mesure du segment AB est de 10 cm et la mesure du segment AC est de 8 cm.

- **MESURE DES SEGMENTS EF ET FG**

$$\text{m}\,\overline{\text{FG}} = \text{m}\,\overline{\text{AC}} - 3\text{ cm} = x - 3 = 8 - 3 = 5\text{ cm}$$

$$\text{m}\,\overline{\text{EF}} = \text{m}\,\overline{\text{AB}} + 2\text{ cm} = y + 2 = 10 + 2 = 12\text{ cm}$$

La mesure du segment FG est de 5 cm et la mesure du segment EF est de 12 cm.

- **MESURE DE L'ANGLE EGF**

En utilisant la rapport tangente dans le triangle rectangle EFG, l'on obtient :

$$\tan(\text{m}\,\angle\text{EGF}) = \frac{\text{m}\,\overline{\text{EF}}}{\text{m}\,\overline{\text{FG}}}$$

$$\text{m}\,\angle\text{EGF} = \tan^{-1}\left(\frac{12\text{ cm}}{5\text{ cm}}\right) = 67{,}3801\ldots°$$

- **CONCLUSION**

Au dixième de degré près, la mesure de l'angle EGF est de $67{,}4°$.