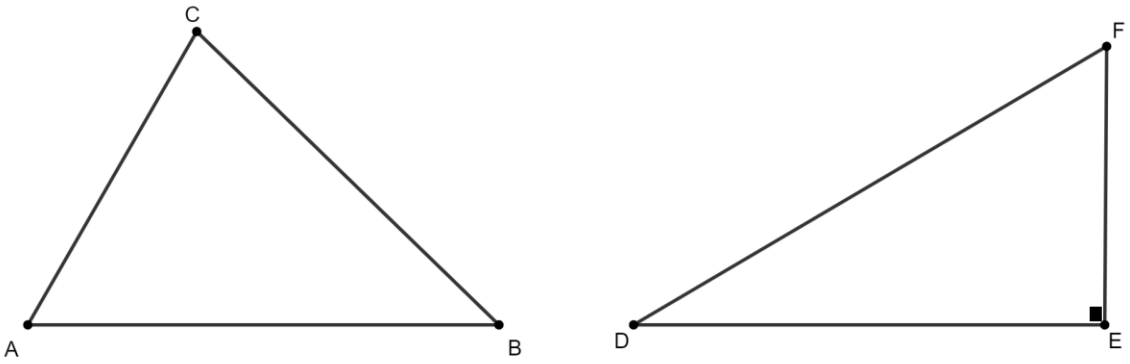
SITUATION D'APPLICATION : LA DEMI-MESURE

Considérons le triangle ABC et le triangle rectangle DEF représentés ci-dessous.



- $\text{m}\,\overline{\text{AC}} = (3x + 1)\ \text{cm}$
- $\text{m}\,\overline{\text{AB}} = (5x + 1)\ \text{cm}$
- $\text{m}\,\overline{\text{BC}} = 14\ \text{cm}$
- $\text{m}\,\angle\text{BAC} = 60°$
- $\overline{\text{AB}} \cong \overline{\text{DE}}$
- $\text{m}\,\angle\text{FDE} = 30°$

Au dixième de cm près, quelle est la mesure du segment EF ?

- **VALEUR DE x**

En utilisant la loi des cosinus dans le triangle ABC, l'on obtient :

$$(\mathrm{m}\,\overline{\mathrm{BC}})^2 = (\mathrm{m}\,\overline{\mathrm{AC}})^2 + (\mathrm{m}\,\overline{\mathrm{AB}})^2 - 2(\mathrm{m}\,\overline{\mathrm{AC}})(\mathrm{m}\,\overline{\mathrm{AB}})(\cos(\mathrm{m}\,\angle\mathrm{BAC}))$$
$$14^2 = (3x+1)^2 + (5x+1)^2 - 2(3x+1)(5x+1)(\cos 60°)$$
$$196 = 9x^2 + 6x + 1 + 25x^2 + 10x + 1 - (15x^2 + 8x + 1)$$
$$0 = 19x^2 + 8x - 195$$

En utilisant la formule quadratique, l'on obtient :

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4(19)(-195)}}{2(19)} = \frac{-8 \pm 122}{38}$$

$x = \dfrac{-8-122}{38} = -3{,}4210\ldots$
À rejeter, car la mesure du segment AC serait négative.

OU $x = \dfrac{-8+122}{38} = 3$

Donc, $x = 3$.

- **MESURE DU SEGMENT AB**

$$\mathrm{m}\,\overline{\mathrm{AB}} = 5x + 1 = 5(3) + 1 = 16\ \mathrm{cm}$$

La mesure du segment AB est de 16 cm.

- **MESURE DU SEGMENT EF**

Puisque $\overline{\mathrm{DE}} \cong \overline{\mathrm{AB}}$, alors $\mathrm{m}\,\overline{\mathrm{DE}} = \mathrm{m}\,\overline{\mathrm{AB}} = 16\ \mathrm{cm}$

En utilisant le rapport tangente dans le triangle rectangle DEF, l'on obtient :

$$\tan(\mathrm{m}\,\angle\mathrm{EDF}) = \frac{\mathrm{m}\,\overline{\mathrm{EF}}}{\mathrm{m}\,\overline{\mathrm{DE}}}$$
$$\tan 30° = \frac{\mathrm{m}\,\overline{\mathrm{EF}}}{16\ \mathrm{cm}}$$
$$\mathrm{m}\,\overline{\mathrm{EF}} = (16\ \mathrm{cm}) \times \tan 30° = 9{,}2376\ldots\mathrm{cm}$$

- **CONCLUSION**

Au dixième de cm près, la mesure du segment EF est de 9,2 cm.