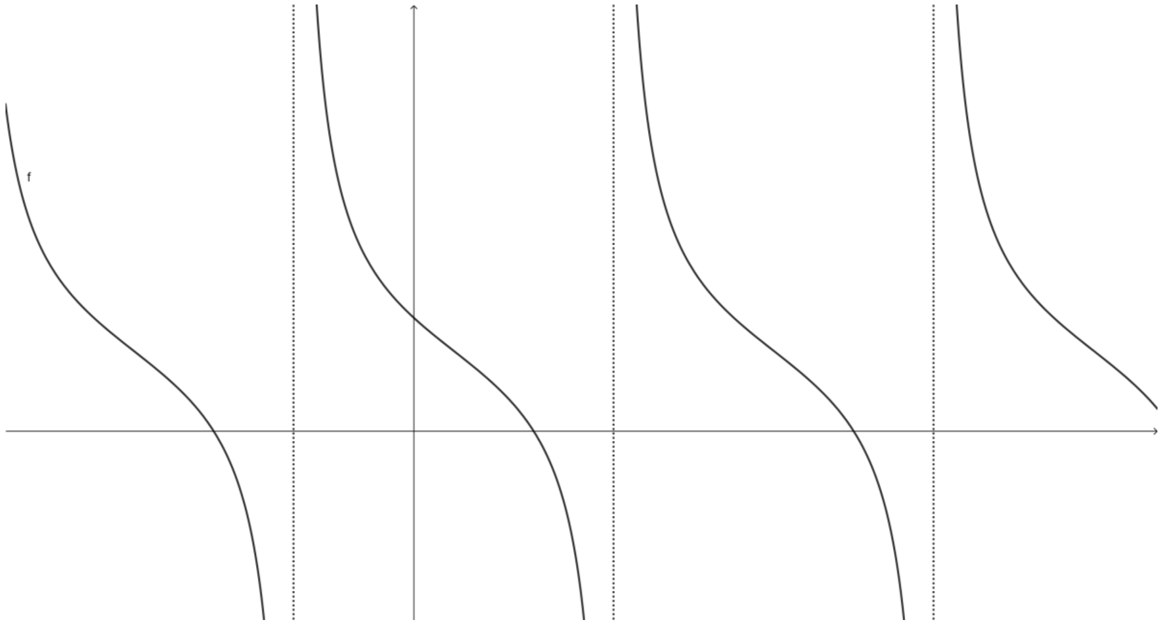
**SITUATION D'APPLICATION : L'ÉTUDE DU SIGNE**

Considérons la fonction tangente *f* représentée ci-dessous dans le plan cartésien.




- La règle de la fonction *f* est de la forme $f(x) = a\tan\left(\frac{\pi}{8}(x-1)\right) + 2$.
- $f(-1) = 4$

**Pour $x \in \left]21, 29\right[$, sur quel intervalle la fonction *f* est-elle positive ?**

- **VALEUR DU PARAMÈTRE *a* DE LA RÈGLE DE LA FONCTION *f***

Puisque $f(-1) = 4$, alors l'on a que :

$$4 = a\tan\left(\frac{\pi}{8}(-1-1)\right) + 2$$
$$2 = a\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right)$$
$$-2 = a$$

Alors, $a = -2$.

- **ÉQUATIONS DES ASYMPTOTES DE LA FONCTION *f***

$$\text{Période de la fonction } f = \frac{\pi}{\left|\frac{\pi}{8}\right|} = 8$$

$$\text{Équation d'une asymptote de la fonction } f = h + \frac{8}{2} = 1 + 4 = 5$$

Les équations des asymptotes de la fonction *f* sont :
$\ldots, x = 5, x = 13, x = 21,\ x = 29, x = 37, ..$

- **ZÉROS DE LA FONCTION *f***

On cherche les valeurs de $x$ pour lesquelles $f(x) = 0$.

$$0 = -2\tan\left(\frac{\pi}{8}(x-1)\right) + 2$$
$$1 = \tan\left(\frac{\pi}{8}(x-1)\right)$$
$$tan^{-1}(1) = \frac{\pi}{8}(x-1)$$
$$3 = x$$

Puisque la période de la fonction *f* est 8, alors les zéros de la fonction *f* sont :
$\ldots, x = 3, x = 11, x = 19, x = 27, \ldots$

- **INTERVALLE SUR LEQUEL LA FONCTION *f* EST POSITIVE POUR $x \in ]21, 29[$**

D'après les équations des asymptotes trouvées, l'intervalle $x \in ]21, 29[$ représente un intervalle de la fonction *f* entre deux asymptotes consécutives : $x = 21$ et $x = 29$. Dans cet intervalle, le zéro de la fonction *f* est $27$.

Alors, d'après la représentation graphique, pour $x \in ]21, 29[$, la fonction *f* est positive sur l'intervalle $]21, 27]$.

- **CONCLUSION**

Pour $x \in ]21, 29[$, la fonction *f* est positive sur l'intervalle $]21, 27]$.