SITUATION D’APPLICATION : DEUX SOLIDES ÉQUIVALENTS

Un cube et une pyramide droite à base rectangulaire sont équivalents.

- Une arête du cube mesure 8 dm.
- La hauteur de la pyramide est de 12 dm.
- Le périmètre de la base de la pyramide est de 48 dm.

Quelles sont les dimensions de la base rectangulaire de la pyramide ?

- **VOLUME DU CUBE**

$\text{Volume du cube} = (8\text{ dm})^3 = 512\text{ dm}^3$

Le volume du cube est de 512 dm^3.

- **VOLUME DE LA PYRAMIDE**

Puisque le cube et la pyramide sont équivalents, ces deux solides ont le même volume. Le volume de la pyramide est donc également de 512 dm^3.

- **AIRE DE LA BASE DE LA PYRAMIDE**

$$\text{Volume de la pyramide} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$$
$$512\text{ dm}^3 = \frac{\text{Aire de la base} \times 12\text{ dm}}{3}$$
$$128\text{ dm}^2 = \text{Aire de la base}$$

L'aire de la base de la pyramide est de 128 dm^2.

- **DIMENSIONS DE LA BASE DE LA PYRAMIDE**

x: largeur de la base de la pyramide, en dm

y: longueur de la base de la pyramide, en dm

Puisque l'aire de la base de la pyramide est de 128 dm^2, alors l'on a que $xy = 128$.

Puisque le périmètre de la base de pyramide est de 48 dm, alors l'on a que :
$2(x+y) = 48 \rightarrow x + y = 24 \rightarrow y = -x + 24$

En utilisant la méthode de substitution, l'on obtient :

$$x(-x+24) = 128$$
$$-x^2 + 24x - 128 = 0$$

En utilisant la formule quadratique :

$$x = \frac{-24 \pm \sqrt{24^2 - 4(-1)(-128)}}{2(-1)} = \frac{-24 \pm 8}{-2}$$

$$x = \frac{-24-8}{-2} = 16$$
$$\downarrow$$
$$y = -16 + 24 = 8$$

OU

$$x = \frac{-24+8}{-2} = 8$$
$$\downarrow$$
$$y = -8 + 24 = 16$$

- **CONCLUSION**

La base rectangulaire de la pyramide mesure 16 dm sur 8 dm.

Document élaboré par Jean-Michel Panet