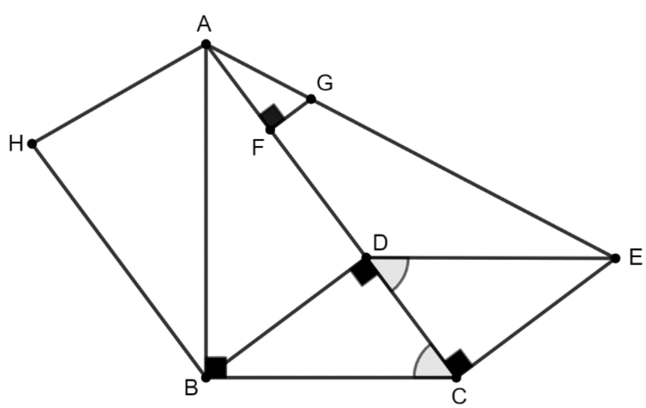
Mathématiques

CST4

Situation d'application

DES TRIANGLES EMBOÎTÉS

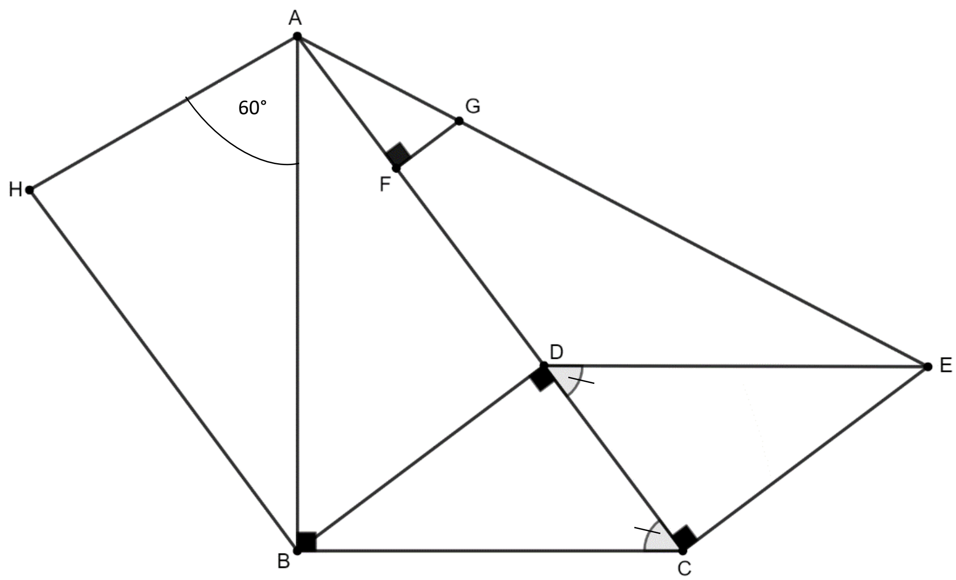
Cahier de l'élève



Document élaboré par Jean-Michel Panet

DES TRIANGLES EMBOÎTÉS

Considérons les triangles ABH, ADB, BDC, AGF, AED et CDE représentés ci-dessous.



- Les point D et F sont deux des points du segment AC.
- Le point G est l'un des points du segment AE.
- $\angle \mathrm{BCD} \cong \angle \mathrm{CDE}$
- $\mathrm{m}\ \overline{\mathrm{CE}} = 4{,}8\ \mathrm{cm}$
- $\mathrm{m}\ \overline{\mathrm{AF}} = 2{,}5\ \mathrm{cm}$
- $\mathrm{m}\ \overline{\mathrm{DF}} = 3{,}9\ \mathrm{cm}$
- $\mathrm{m}\ \overline{\mathrm{AH}} = \mathrm{m}\ \overline{\mathrm{FG}} + 3{,}8\ \mathrm{cm}$
- $\mathrm{m}\ \angle \mathrm{BAH} = 60°$

Au dixième de cm^2 près, quelle est l'aire du triangle BAH ?

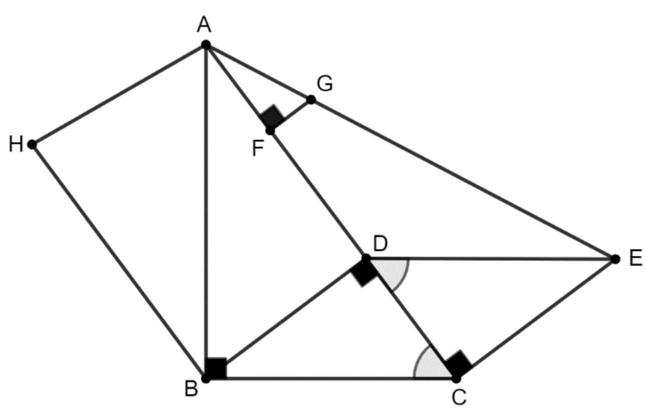
Mathématiques

CST4

Situation d'application

DES TRIANGLES EMBOÎTÉS

Clé de correction



Document élaboré par Jean-Michel Panet

- **ISOMÉTRIE DES TRIANGLES BDC ET CDE**

$\mathrm{m}\ \angle\mathrm{BDC} = \mathrm{m}\ \angle\mathrm{DCE} = 90°$	Données de la situation
$\overline{\mathrm{CD}} \cong \overline{\mathrm{DC}}$	Il s'agit d'un côté commun aux triangles BDC et CDE.
$\angle\mathrm{BCD} \cong \angle\mathrm{CDE}$	Données de la situation
$\Delta\ \mathrm{BDC} \cong \Delta\ \mathrm{CDE}$	Deux triangles qui ont un côté isométrique compris entre des angles homologues isométriques sont isométriques.

- **MESURE DU SEGMENT BD**

Puisque les triangles BCD et CDE sont isométriques, leurs côtés homologues sont isométriques. Donc, $\mathrm{m}\ \overline{\mathrm{CE}} = \mathrm{m}\ \overline{\mathrm{BD}} = 4{,}8\ \mathrm{cm}$.

- **MESURE DU SEGMENT CD**

Dans un triangle rectangle, la mesure de la hauteur issue du sommet de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre les deux segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse.

Soit x, la mesure du segment CD, en centimètres.

$(\mathrm{m}\ \overline{\mathrm{BD}})^2 = \mathrm{m}\ \overline{\mathrm{CD}} \times \mathrm{m}\ \overline{\mathrm{AC}}$
$4{,}8^2 = x(2{,}5 + 3{,}9)$
$3{,}6 = x$

La mesure du segment CD est de $3{,}6$ cm.

- **MESURE DU SEGMENT AB**

Dans un triangle rectangle, la mesure de chaque côté de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre la mesure de sa projection sur l'hypoténuse et celle de l'hypoténuse entière.

Soit y, la mesure du segment AB, en centimètres.

$(\mathrm{m}\ \overline{\mathrm{AB}})^2 = \mathrm{m}\ \overline{\mathrm{AD}} \times \mathrm{m}\ \overline{\mathrm{AC}}$
$y^2 = (2{,}5 + 3{,}9)(2{,}5 + 3{,}9 + 3{,}6)$
$y^2 = 64$
$y = \pm 8$

Puisque la mesure du segment AB doit être positive, alors $\mathrm{m}\ \overline{\mathrm{AB}} = 8\ \mathrm{cm}$.

- **SIMILITUDE DES TRIANGLES AGF ET AEC**

$\angle\mathrm{FAG} \cong \angle\mathrm{CAE}$	Il s’agit d’un angle commun aux triangles AGF et AEC.
$\mathrm{m}\ \angle\mathrm{AFG} = \mathrm{m}\ \angle\mathrm{ACE} = 90°$	Données de la situation
$\Delta\ \mathrm{AGF} \sim \Delta\ \mathrm{AEC}$	Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables.

- **MESURE DU SEGMENT FG**

Les mesures des côtés homologues de triangles semblables sont proportionnelles.

$$\frac{\mathrm{m}\ \overline{\mathrm{AF}}}{\mathrm{m}\ \overline{\mathrm{AC}}} = \frac{\mathrm{m}\ \overline{\mathrm{FG}}}{\mathrm{m}\ \overline{\mathrm{CE}}} \rightarrow \frac{2{,}5\ \mathrm{cm}}{10\ \mathrm{cm}} = \frac{\mathrm{m}\ \overline{\mathrm{FG}}}{4{,}8\ \mathrm{cm}} \rightarrow \mathrm{m}\ \overline{\mathrm{FG}} = 1{,}2\ \mathrm{cm}$$

La mesure du segment FG est de 1,2 cm.

- **MESURE DU SEGMENT AH**

$$\mathrm{m}\ \overline{\mathrm{AH}} = \mathrm{m}\ \overline{\mathrm{FG}} + 3{,}8\ \mathrm{cm} = 1{,}2\ \mathrm{cm} + 3{,}8\ \mathrm{cm} = 5\ \mathrm{cm}$$

La mesure du segment AH est de 5 cm.

- **AIRE DU TRIANGLE ABH**

$$\text{Aire du triangle ABH} = \frac{\mathrm{m}\ \overline{\mathrm{AB}} \times \mathrm{m}\ \overline{\mathrm{AH}} \times \sin(\mathrm{m}\ \angle\mathrm{BAH})}{2}$$
$$\text{Aire du triangle ABH} = \frac{8\ \mathrm{cm} \times 5\ \mathrm{cm} \times \sin 60°}{2}$$
$$\text{Aire du triangle ABH} = 17{,}3205\ \ldots\ \mathrm{cm}^2$$

- **CONCLUSION**

Au dixième de cm^2 près, l’aire du triangle ABH est de 17,3 cm^2.