

Situation d'application

DES EXPRESSIONS LOGARITHMIQUES

Cahier de l'élève

$$\log_m n + \log_m 2n = \dots$$

SITUATION D'APPLICATION : DES EXPRESSIONS LOGARITHMIQUES

Voici quatre expressions logarithmiques.

Expression 1
$\log_5 \frac{1}{25} + (\log_2 8)^2$

Expression 2
$\log_5 100 - \log 100 - \log_5 4$

Expression 3
$(\log 50 + \log 20)^2$

Expression 4
$\log_w 2 + \frac{\log 8}{\log w}$

La somme des valeurs de ces quatre expressions est égale à 20.

Quelle est la valeur de w ?

➤ **VALEUR DE L'EXPRESSION 1**

$$\log_5 \frac{1}{25} + (\log_2 8)^2 = \log_5 5^{-2} + 3^2 = -2 + 9 = 7$$

La valeur de l'expression 1 est 7.

➤ **VALEUR DE L'EXPRESSION 2**

$$\log_5 100 - \log 100 - \log_5 4 = \log_5 \left(\frac{100}{4} \right) - \log 100 = \log_5 25 - \log 100 = 2 - 2 = 0$$

La valeur de l'expression 2 est 0.

➤ **VALEUR DE L'EXPRESSION 3**

$$(\log 50 + \log 20)^2 = (\log(50 \times 20))^2 = (\log 1\,000)^2 = 3^2 = 9$$

La valeur de l'expression 3 est 9.

➤ **VALEUR DE L'EXPRESSION 4**

$$\text{Valeur de l'expression 4} = 20 - (7 + 0 + 9) = 20 - 16 = 4$$

La valeur de l'expression 4 est 4.

➤ **VALEUR DE w**

$$\log_w 2 + \frac{\log 8}{\log w} = \log_w 2 + \log_w 8 = \log_w (2 \times 8) = \log_w 16 = 4$$

$$w^4 = 16$$

$w = 2$ (On ne considère que la solution positive de cette équation.)

➤ **CONCLUSION**

$$w = 2$$