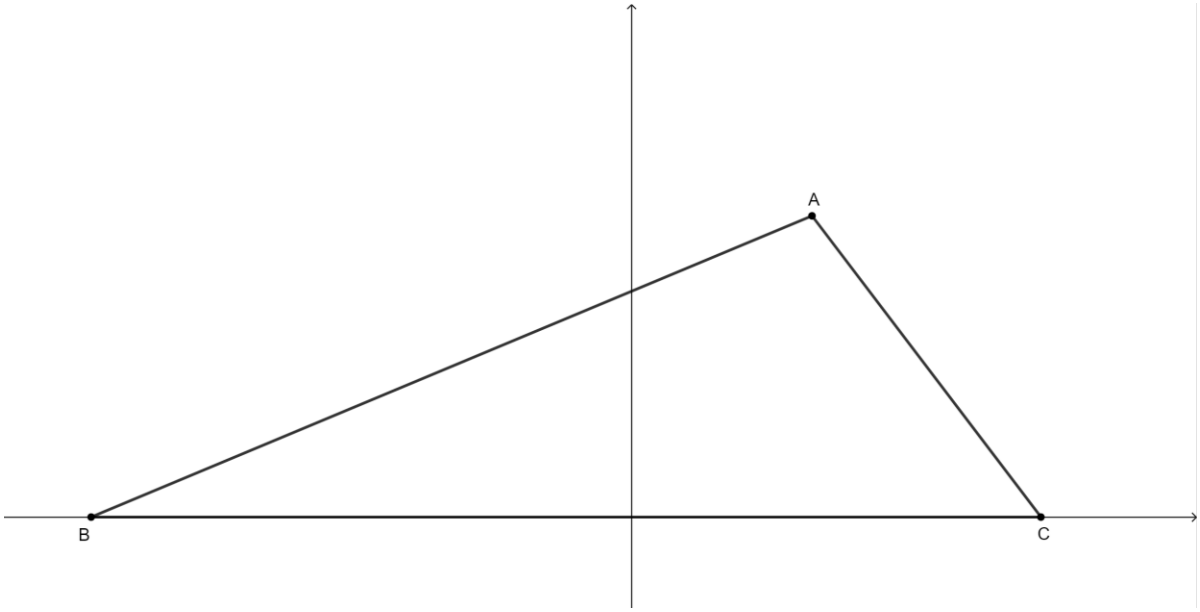
SITUATION D'APPLICATION : L'ANGLE ENTRE DEUX SEGMENTS DE DROITE

Considérons le triangle ABC représenté ci-dessous dans le plan cartésien.



- L'équation associée au segment de droite AB est $5x - 12y + 45 = 0$.
- L'équation associée au segment de droite AC est $y = -\frac{4}{3}x + 9$.
- Les points $B(-9, 0)$ et C sont deux des points de l'axe des x.
- $\mathrm{m}\ \overline{\mathrm{AB}} = 13\ \text{unités}$

Au dixième de degré près, quelle est la mesure de l'angle BAC ?

- **COORDONNÉES DU POINT A**

Le point A est le point d'intersection des segments de droite AB et AC.

Système d'équations à résoudre :

$$5x - 12y + 45 = 0$$
$$y = -\frac{4}{3}x + 9$$

En utilisant la méthode de substitution, l'on obtient :

$$5x - 12\left(-\frac{4}{3}x + 9\right) + 45 = 0$$
$$5x + 16x - 108 + 45 = 0$$
$$21x = 63$$
$$x = 3 \rightarrow y = -\frac{4}{3}(3) + 9 = 5$$

Les coordonnées du point A sont $\mathrm{A}(3,5)$.

- **COORDONNÉES DU POINT C**

Puisque le point C est l'un des points de l'axe des x, alors l'on cherche la valeur de x pour laquelle $y = 0$.

$$0 = -\frac{4}{3}x + 9$$
$$\frac{27}{4} = x$$

Les coordonnées du point C sont $\mathrm{C}\left(\frac{27}{4}, 0\right)$.

- **MESURE DU SEGMENT DE DROITE AC**

$$\mathrm{m}\,\overline{\mathrm{AC}} = \sqrt{\left(\frac{27}{4} - 3\right)^2 + (0-5)^2} = 6{,}25 \text{ unités}$$

La mesure du segment de droite AC est de $6{,}25$ unités.

- **MESURE DU SEGMENT DE DROITE BC**

$$\mathrm{m}\,\overline{\mathrm{BC}} = \text{Abscisse du point C} - \text{Abscisse du point B} = \frac{27}{4} - (-9) = 15{,}75 \text{ unités}$$

La mesure du segment de droite BC est de $15{,}75$ unités.

- **MESURE DE L'ANGLE BAC**

En utilisant la loi des cosinus dans le triangle ABC, l'on obtient :

$$15{,}75^2 = 13^2 + 6{,}25^2 - 2(13)(6{,}25)(\cos(\mathrm{m}\,\angle\mathrm{BAC}))$$
$$-\frac{16}{65} = \cos \mathrm{m}\,\angle\mathrm{BAC}$$
$$\cos^{-1}\left(-\frac{16}{65}\right) = \mathrm{m}\,\angle\mathrm{BAC}$$
$$104{,}2500\ldots\,° = \mathrm{m}\,\angle\mathrm{BAC}$$

- **CONCLUSION**

Au dixième de degré près, la mesure de l'angle BAC est de $104{,}3$ °.