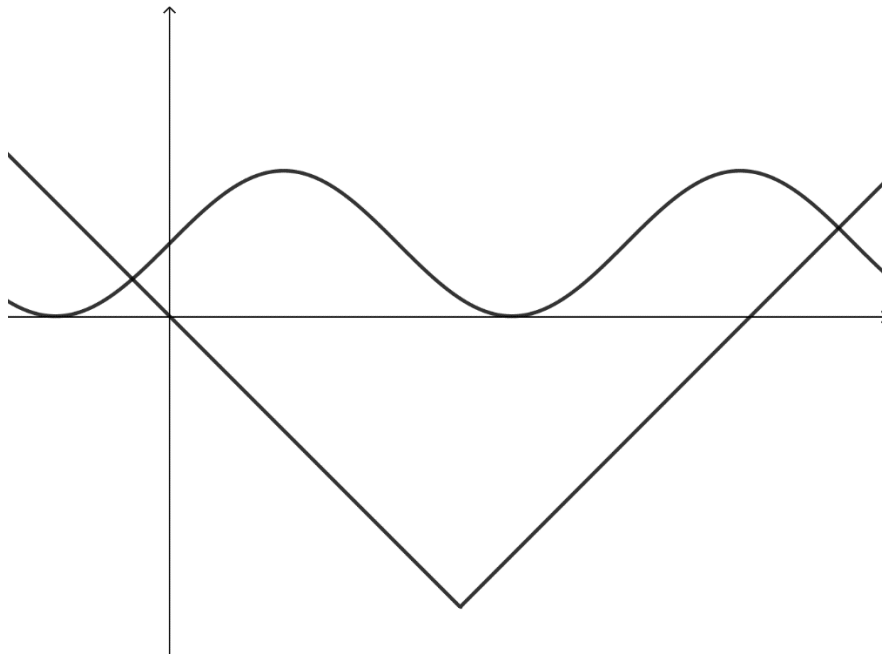


MAT-5171

MODÉLISATION ALGÈBRIQUE ET GRAPHIQUE EN CONTEXTE
FONDAMENTAL II

Cahier de l'élève



SECTION A : MAÎTRISE DES CONNAISSANCES

Question 1

La règle de la fonction f est $f(x) = \tan\left(\frac{\pi}{8}(x - 2)\right)$.

La fonction g possède les caractéristiques suivantes.

- Elle possède une asymptote commune avec la fonction f .
- Sa valeur initiale est la même que celle de la fonction f .

Laquelle des règles suivantes peut être celle de la fonction g ?

A) $g(x) = \frac{12}{x-6} - 1$

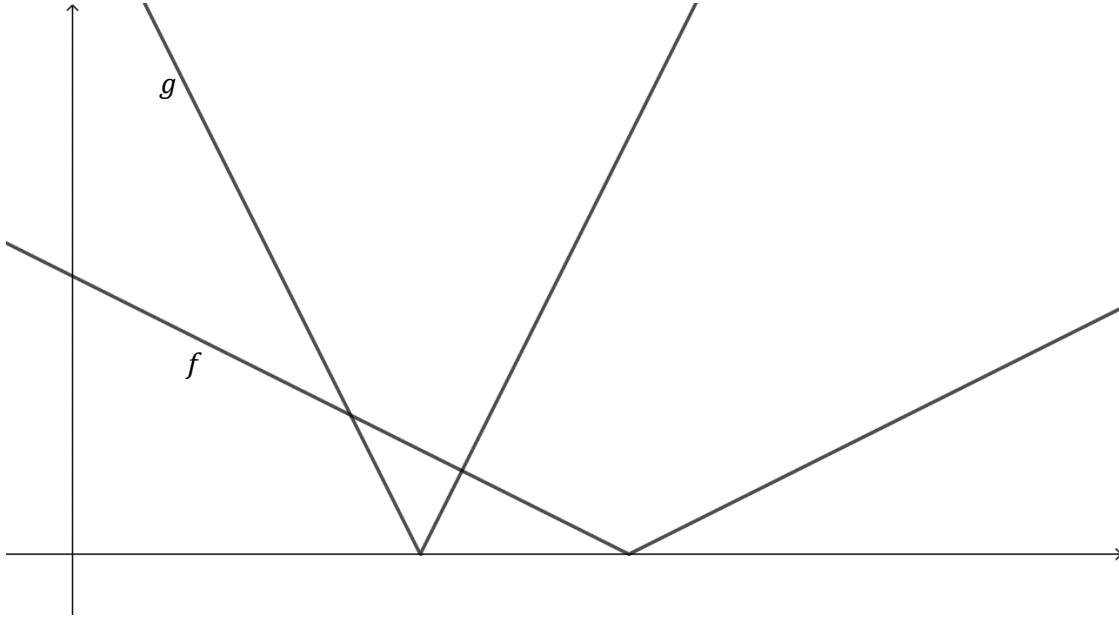
C) $g(x) = \frac{20}{x-10} - 1$

B) $g(x) = \frac{12}{x-6} + 1$

D) $g(x) = \frac{20}{x-10} + 1$

Question 2

Considérons les fonctions valeur absolue f et g représentées ci-dessous dans le plan cartésien.



- La règle de la fonction f est de la forme $f(x) = a_1|x - h_1|$.
- La règle de la fonction g est de la forme $g(x) = a_2|x - h_2|$.

Laquelle des affirmations suivantes est vraie ?

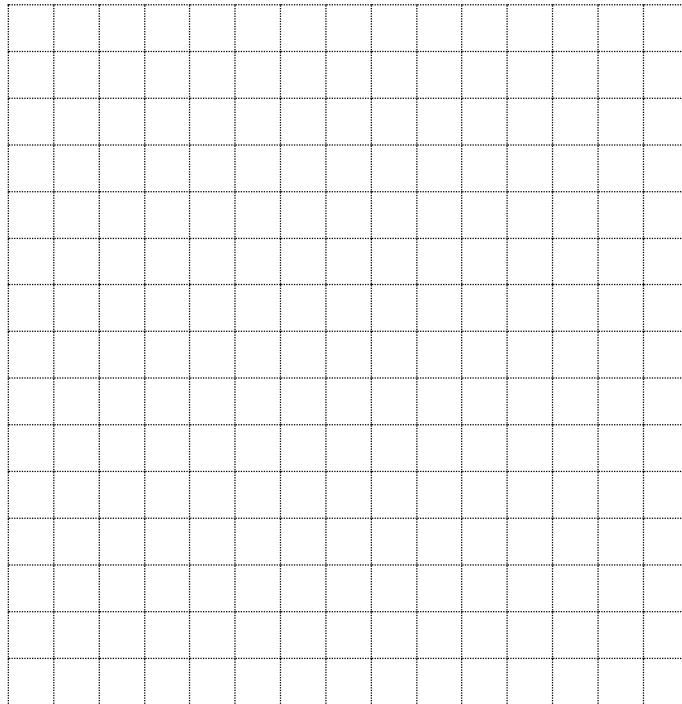
- A) $a_1 > a_2$ et $h_1 > h_2$
- B) $a_1 > a_2$ et $h_1 < h_2$
- C) $a_1 < a_2$ et $h_1 > h_2$
- D) $a_1 < a_2$ et $h_1 < h_2$

Question 3

La règle de la fonction f est $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{-x-4} & x \in [-13, -4] \\ -0,5|x+2| + 1 & x \in [-4, 2] \end{cases}$.

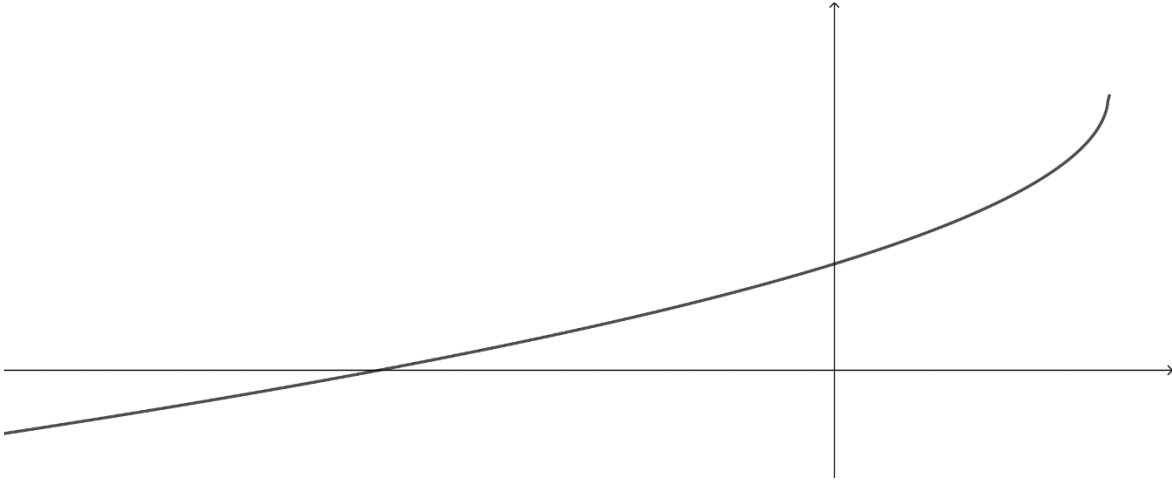
Les énoncés suivants sont-ils vrais ou faux ?

Énoncé	Vrai	Faux
a) Le maximum de la fonction f est 6.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b) La valeur initiale de la fonction f est 0.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c) La fonction f est négative sur l'intervalle $[0, 2]$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d) La fonction f est croissante sur l'intervalle $[-4, 0]$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Question 4

La règle de la fonction f représentée ci-dessous dans le plan cartésien est de la forme $f(x) = a\sqrt{b(x-6)} + k$, où $\text{dom } f =]-\infty, 6]$.



- $\text{ima } f =]-\infty, 6]$
- $f(2) = 3$

Quel est le zéro de la fonction f ?

Le zéro de la fonction f est _____.

Question 5

Voici les règles des fonctions f , g et h .

$$f(x) = \frac{-10}{x+1}$$

$$g(x) = \frac{12}{2x+2}$$

$$h(x) = \frac{16}{x+1} - 1$$

Les énoncés suivants sont-ils vrais ou faux ?

	Énoncé	Vrai	Faux
a)	La fonction $(g - f)$ est décroissante sur son domaine.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	La valeur initiale de la fonction $(g + h)$ est 21.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	Les coordonnées du point d'intersection des asymptotes de la fonction $(f + h)$ sont $(-1, 1)$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d)	La règle de la réciproque de la fonction h est $h^{-1}(x) = \frac{-x+15}{x+1}$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

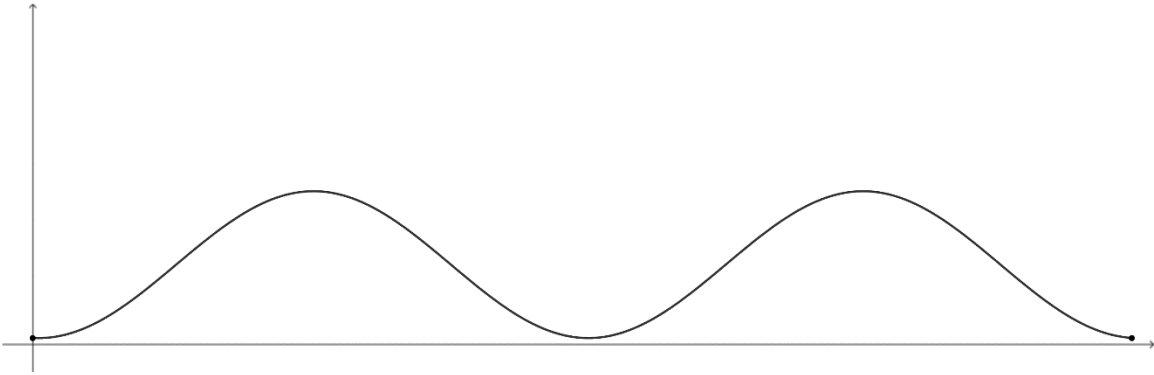
SECTION B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES

Tâche 1 : La grande roue

Dans un parc d'attractions, Loïc embarque dans une nacelle de la grande roue.

Ensuite, la grande roue tourne sur elle-même à vitesse constante et effectue deux tours complets en 180 secondes.

La hauteur de la nacelle dans laquelle Loïc se trouve par rapport au niveau du sol selon le temps écoulé depuis que la roue a commencé à tourner est représentée par la fonction sinusoidale f illustrée ci-dessous.

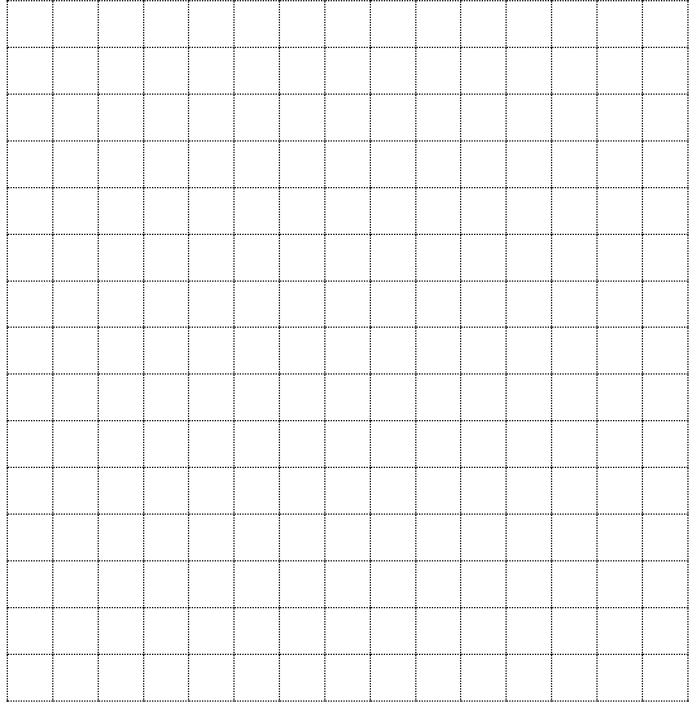


où x : temps écoulé depuis que la roue a commencé à tourner, en secondes

$f(x)$: hauteur de la nacelle dans laquelle Loïc se trouve par rapport au niveau du sol, en mètres

- Loïc embarque dans la nacelle lorsque celle-ci se trouve au point le plus bas de la roue, soit à 1 m par rapport au niveau du sol.
- La nacelle de Loïc atteint une hauteur de 25 m par rapport au niveau du sol lorsqu'elle se trouve au point le plus haut de la roue.

Durant ce tour de manège, pendant combien de temps la nacelle dans laquelle Loïc est embarquée se trouve-t-elle à une hauteur supérieure ou égale à 19 m par rapport au niveau du sol ?



Tâche 2 : Deux espèces en compétition

Depuis exactement trois ans, des biologistes étudient une population de crotales et une population de rats vivant sur une île.

POPULATION DE CROTALES

Le nombre de crotales vivant sur l'île selon le nombre d'années écoulées depuis le début de l'étude est représenté par la fonction f décrite ci-dessous.

$$f(x) = a(2)^x + 12$$

où x : nombre d'années écoulée depuis le début de l'étude

$f(x)$: nombre de crotales vivant sur l'île

Un an après le début de l'étude, il y avait 44 crotales qui vivaient sur l'île.

POPULATION DE RATS

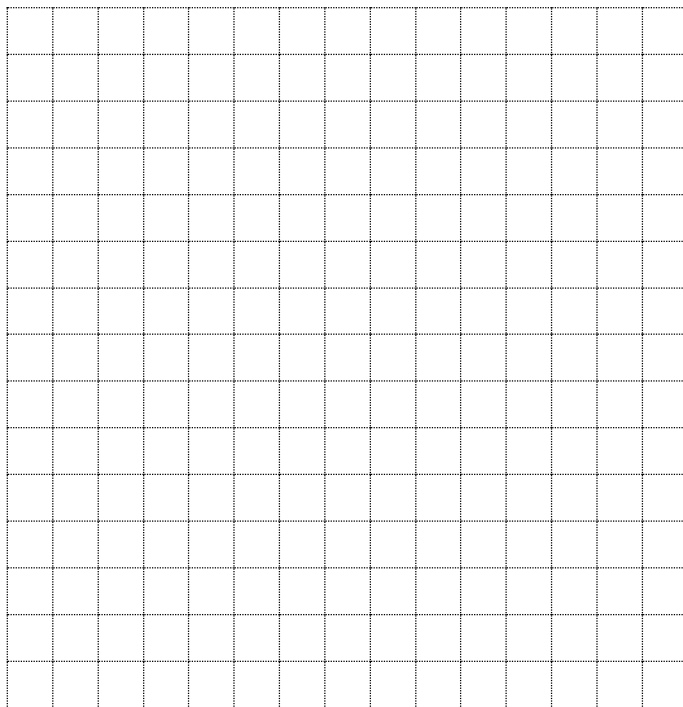
Le nombre de rats vivant sur l'île selon le nombre d'années écoulées depuis le début de l'étude est représenté par la fonction exponentielle g . La table de valeurs suivante représente la fonction g .

x	$g(x)$
0	16 396
1	8 204
2	4 108

où x : nombre d'années écoulée depuis le début de l'étude

$f(x)$: nombre de rats vivant sur l'île

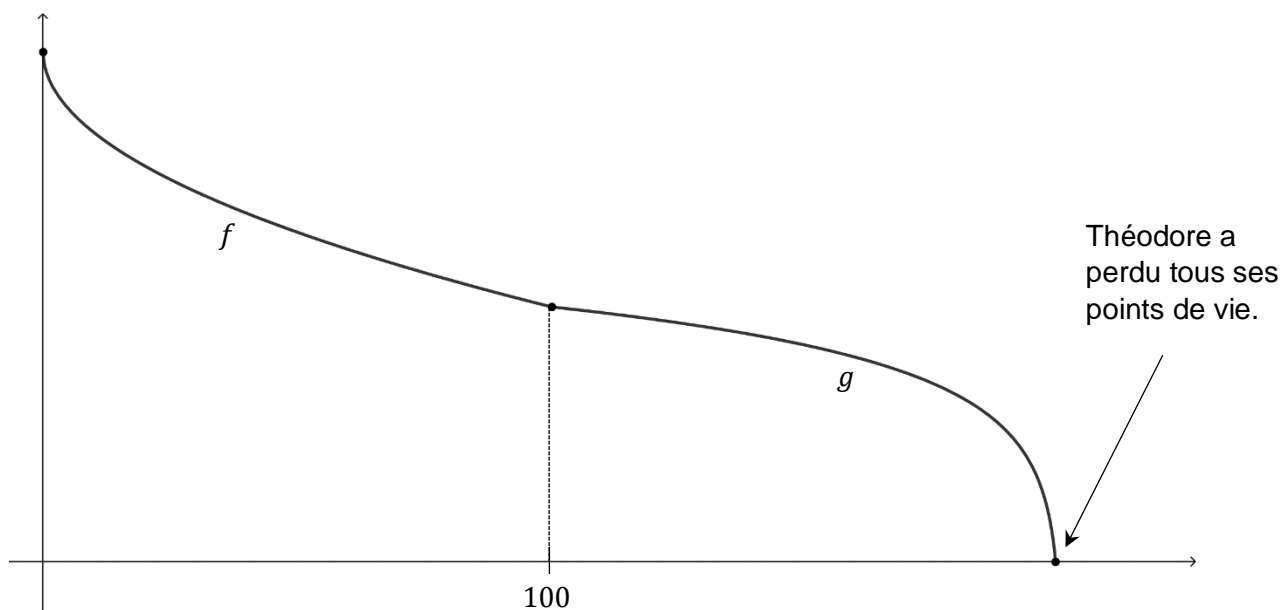
Si la tendance se maintient, combien de temps après le début de l'étude le nombre de crotales et de rats vivant sur l'île sera-t-il le même ?



Tâche 3 : Les points de vie

Théodore joue à un jeu d'aventure en ligne au cours duquel il doit réaliser différentes missions.

Lors de sa dernière mission, le nombre de points de vie restant selon le temps écoulé depuis le début de la mission est représenté par la fonction racine carrée f et la fonction logarithmique g représentées ci-dessous.



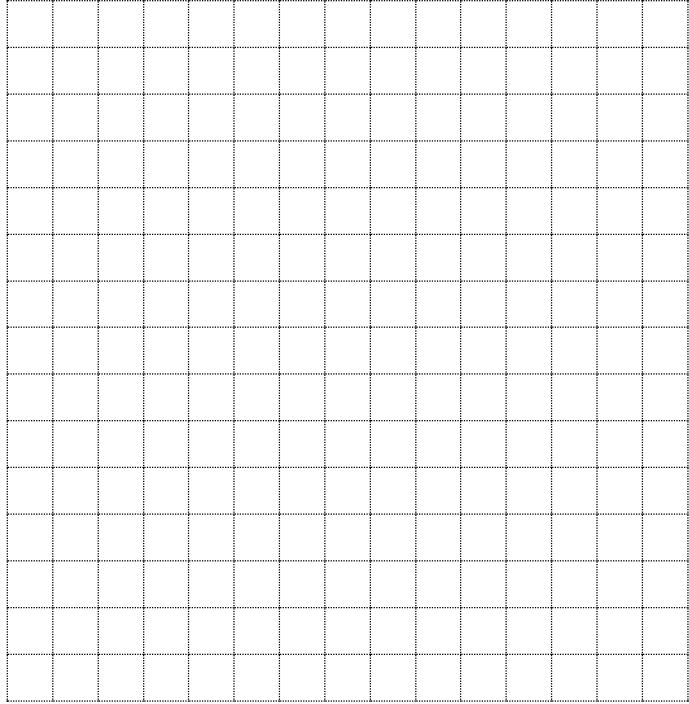
où x : temps écoulé depuis le début de la mission, en secondes

$f(x)$: nombre de points de vie restant

$g(x)$: nombre de points de vie restant

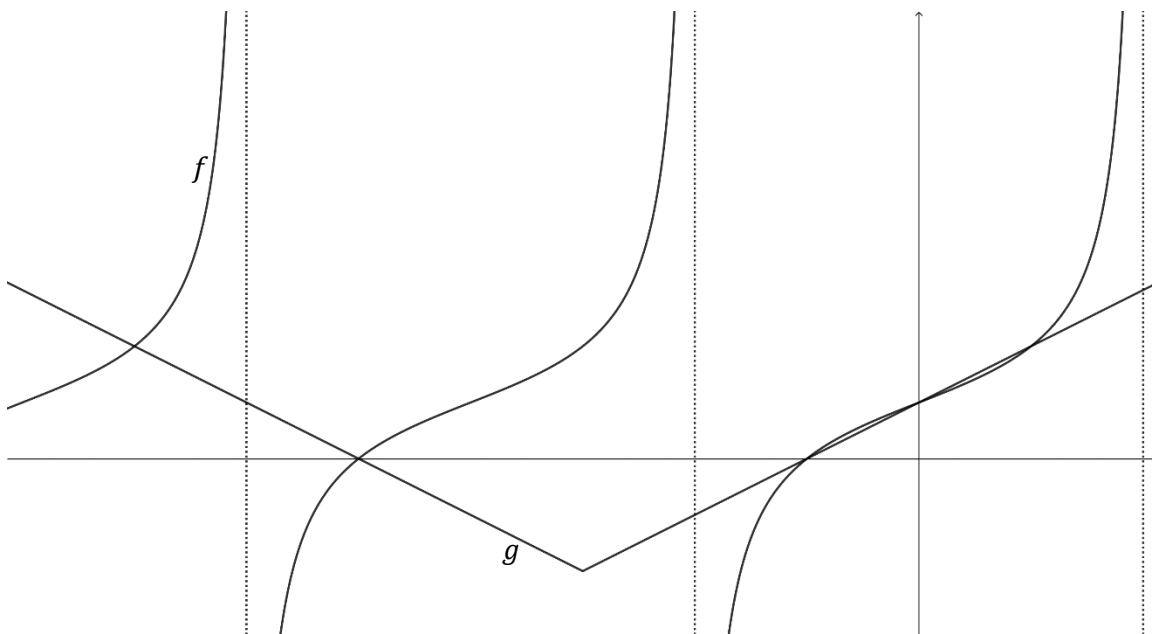
- La règle de la fonction f est de la forme $f(x) = -5\sqrt{x} + k$.
- 16 secondes après le début de la mission, il lui restait 80 points de vie.
- $f(100) = g(100)$
- La règle de la fonction g est de la forme $g(x) = a \log(-x + 200) + 4$.

Au dixième près, combien de temps après le début de la mission Théodore a-t-il perdu tous ses points de vie ?



Tâche 4 : Deux zéros en commun

Considérons la fonction tangente f et la fonction valeur absolue g représentées ci-dessous dans le plan cartésien.



- La règle de la fonction f est de la forme $f(x) = \tan(bx) + 1$.
- La règle de la fonction g est de la forme $g(x) = a|x + 6| - 2$.
- La valeur initiale de la fonction f est la même que celle de la fonction g .
- Les zéros de la fonction g sont deux des zéros de la fonction f .

Montrez que $f(454) = 0$.

